Décomposition parcimonieuse multicanal par transport optimal

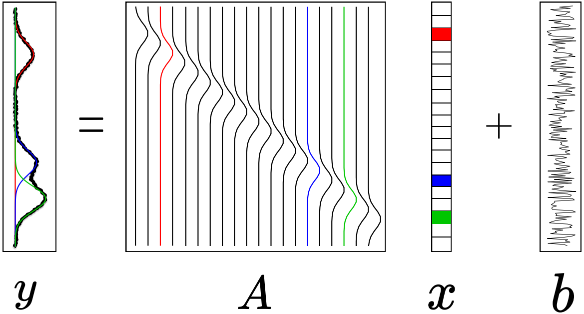
Jean Malléjac[1], Charles Soussen[1], Jérôme Idier[2], Xiangyi Li[3]

Journée GDR OT, Lyon, 17 février 2025

[1]L2S, Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec
[2]LS2N, Nantes Université, Ecole Centrale Nantes, CNRS
[3]Institut Fresnel, Aix-Marseille Université

Décomposition parcimonieuse

- <u>Decomposition</u> : **selectionner des signaux élémentaires** (atomes) dans un ensemble prédéfini (dictionnaire) pour **reconstruire le signal**.

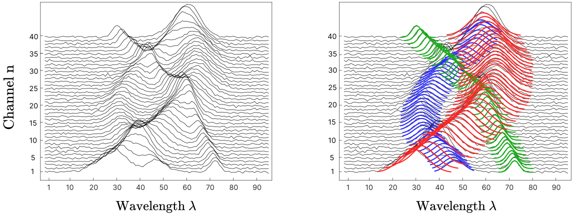


Signal y, dictionnaire A, bruit gaussien i.i.d b

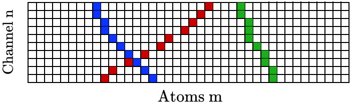
- <u>Résolution</u> : optimization convexe (norme ℓ_1) / non-convexe (norme ℓ_p, $p < 1$)

Décomposition parcimonieuse multicanal

- Signal $y(\lambda, n)$: **sequence de N signaux** provenant de N **canaux**.



- Objectif: **decomposer** chaque signal $y_n = y(\lambda; n)$ tel que $y_n \approx Ax_n + b_n$



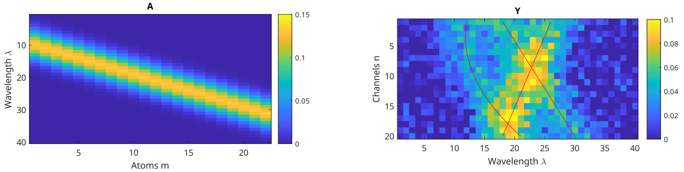
Décomposition parcimonieuse conjointe avec TO

Premier ordre

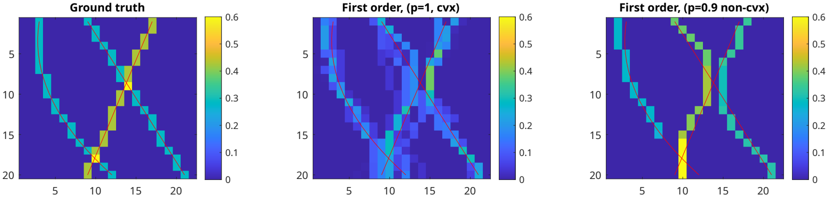
$$\min_{\substack{\forall n,\ \boldsymbol{x}_n \geqslant 0 \\ \forall n,\ \mathbf{1}^\top \boldsymbol{x}_n = 1}} \quad \sum_{n=1}^{N} \|\boldsymbol{y}_n - A\boldsymbol{x}_n\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{x}_n\|_p^p + \omega \sum_{n=1}^{N-1} W_2^2(\boldsymbol{x}_n, \boldsymbol{x}_{n+1}). \tag{1}$$

- Somme à un, positivité : **measure de probabilité discrète**
- Pour $p = 1 \rightarrow$ problème convexe (QP)
- Pour $p < 1$, $p \simeq 1 \rightarrow$ problème "presque" convexe
- Travaux proches : acoustique [Elvander et al. 2024], MEG/EEG [Janati et al. 2020], traitement d'image [Lee et al. 2020], suivi dynamique [Duval et al. 2022]

Exemple : problème de déconvolution gaussienne



Dictionnaire convolutif gaussien (gauche). Signal multicanal $y(\lambda, n)$ bruité à $SNR = 10dB$ (droite).



Décomposition parcimonieuse : méthode 1er ordre, convexe (centre), méthode 1er ordre non-convexe (droite).